

# Formalisation mathématique en Lean

Filippo Alberto Edoardo Nuccio  
Mortarino Majno di Capriglio

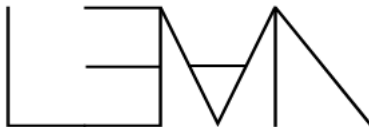
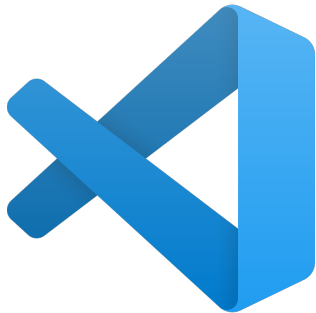
Inria et Université Jean Monnet Saint-Étienne

horizon-calcul : Prospectives autour du calcul pour les mathématiques  
14 octobre 2025



~~Le~~ *Un assistant* de preuve  
(= *a proof assistant*)

A theorem prover



**Mathlib** : la bibliothèque principale, avec beaucoup de matériel “classique”.

**Mathlib** : la bibliothèque principale, avec beaucoup de matériel “classique”.

L’ **art** (ou la **difficulté**) : pas tant dans les preuves, mais dans les **définitions**.

**Mathlib** : la bibliothèque principale, avec beaucoup de matériel “classique”.

L’ **art** (ou la **difficulté**) : pas tant dans les preuves, mais dans les **définitions**.

✓ Elles doivent être **alignées** aux vrais concepts ;

**Mathlib** : la bibliothèque principale, avec beaucoup de matériel “classique”.

L’ **art** (ou la **difficulté**) : pas tant dans les preuves, mais dans les **définitions**.

- ✓ Elles doivent être **alignées** aux vrais concepts ;
- ✓ deux définitions équivalentes **ne le sont pas gratuitement** !

**Mathlib** : la bibliothèque principale, avec beaucoup de matériel “classique”.

L’ **art** (ou la **difficulté**) : pas tant dans les preuves, mais dans les **définitions**.

- ✓ Elles doivent être **alignées** aux vrais concepts ;
- ✓ deux définitions équivalentes **ne le sont pas gratuitement** !
- ✓ la généralité est parfois écrasante, **par exemple** en **analyse fonctionnelle**  
ou en **géométrie différentielle**.

- Le théorème des quatre couleurs, et celui de Feit–Thompson, *2005 et 2013*, en Rocq  
**G. Gonthier** *et al.*

- Le théorème des quatre couleurs, et celui de Feit–Thompson, *2005 et 2013*, en Rocq  
**G. Gonthier** *et al.*
- La définition d'espace perfectioïde, *octobre 2019*  
**K. Buzzard, J. Commelin, P. Massot**

- Le théorème des quatre couleurs, et celui de Feit–Thompson, *2005 et 2013*, en Rocq  
**G. Gonthier** *et al.*
- La définition d'espace perfectioïde, *octobre 2019*  
K. Buzzard, J. Commelin, P. Massot
- Le **Liquid Tensor Experiment**, *juillet 2022*  
**J. Commelin**, **A. Topaz**, R. Barton, A. Best, R. Brasca, K. Buzzard, Y. Dillies, F. van Doorn, F. Glöckle, M. Himmel, H. Macbeth, P. Massot, B. Mehta, S. Morrison, F. N., J. Riou, D. Testa, A. Yang

- Le théorème des quatre couleurs, et celui de Feit–Thompson, *2005 et 2013, en Rocq*  
**G. Gonthier et al.**
- La définition d'espace perfectoïde, *octobre 2019*  
**K. Buzzard, J. Commelin, P. Massot**
- Le **Liquid Tensor Experiment**, *juillet 2022*  
**J. Commelin, A. Topaz, R. Barton, A. Best, R. Brasca, K. Buzzard, Y. Dillies, F. van Doorn, F. Glöckle, M. Himmel, H. Macbeth, P. Massot, B. Mehta, S. Morrison, F. N., J. Riou, D. Testa, A. Yang**
  - What did you [P. Scholze] learn during the formalization ?
  - ✓ What actually makes the proof work ! [...] the formalization made me realize that the key thing happening is a reduction from a non-convex problem over the reals to a convex problem over the integers.

- Le théorème des quatre couleurs, et celui de Feit–Thompson, *2005 et 2013*, en Rocq  
**G. Gonthier** *et al.*
- La définition d'espace perfectioïde, *octobre 2019*  
K. Buzzard, J. Commelin, P. Massot
- Le **Liquid Tensor Experiment**, *juillet 2022*  
**J. Commelin**, **A. Topaz**, R. Barton, A. Best, R. Brasca, K. Buzzard, Y. Dillies, F. van Doorn, F. Glöckle, M. Himmel, H. Macbeth, P. Massot, B. Mehta, S. Morrison, F. N., J. Riou, D. Testa, A. Yang
- La nouvelle preuve de Thiele du **théorème de Carleson**, *septembre 2025*  
**F. van Doorn**, **C. Thiele** *et al.*

- Le théorème des quatre couleurs, et celui de Feit–Thompson, *2005 et 2013*, en Rocq  
**G. Gonthier** *et al.*
- La définition d'espace perfectioïde, *octobre 2019*  
**K. Buzzard**, **J. Commelin**, **P. Massot**
- Le **Liquid Tensor Experiment**, *juillet 2022*  
**J. Commelin**, **A. Topaz**, **R. Barton**, **A. Best**, **R. Brasca**, **K. Buzzard**, **Y. Dillies**, **F. van Doorn**, **F. Glöckle**, **M. Himmel**, **H. Macbeth**, **P. Massot**, **B. Mehta**, **S. Morrison**, **F. N.**, **J. Riou**, **D. Testa**, **A. Yang**
- La nouvelle preuve de Thiele du **théorème de Carleson**, *septembre 2025*  
**F. van Doorn**, **C. Thiele** *et al.*
- (Une brique fondamentale du) **dernier théorème de Fermat**, *en cours*  
**K. Buzzard** *et al.*

- Le théorème des quatre couleurs, et celui de Feit–Thompson, *2005 et 2013*, en Rocq  
**G. Gonthier** *et al.*
- La définition d'espace perfectoïde, *octobre 2019*  
**K. Buzzard**, **J. Commelin**, **P. Massot**
- Le **Liquid Tensor Experiment**, *juillet 2022*  
**J. Commelin**, **A. Topaz**, **R. Barton**, **A. Best**, **R. Brasca**, **K. Buzzard**, **Y. Dillies**, **F. van Doorn**, **F. Glöckle**, **M. Himmel**, **H. Macbeth**, **P. Massot**, **B. Mehta**, **S. Morrison**, **F. N.**, **J. Riou**, **D. Testa**, **A. Yang**
- La nouvelle preuve de Thiele du **théorème de Carleson**, *septembre 2025*  
**F. van Doorn**, **C. Thiele** *et al.*
- (Une brique fondamentale du) **dernier théorème de Fermat**, *en cours*  
**K. Buzzard** *et al.*
- Le théorème des nombres premiers, © **Gauss**, *septembre 2025*

- Le théorème des quatre couleurs, et celui de Feit–Thompson, *2005 et 2013*, en Rocq  
**G. Gonthier** *et al.*
- La définition d'espace perfectoïde, *octobre 2019*  
**K. Buzzard**, **J. Commelin**, **P. Massot**
- Le **Liquid Tensor Experiment**, *juillet 2022*  
**J. Commelin**, **A. Topaz**, **R. Barton**, **A. Best**, **R. Brasca**, **K. Buzzard**, **Y. Dillies**, **F. van Doorn**, **F. Glöckle**, **M. Himmel**, **H. Macbeth**, **P. Massot**, **B. Mehta**, **S. Morrison**, **F. N.**, **J. Riou**, **D. Testa**, **A. Yang**
- La nouvelle preuve de Thiele du **théorème de Carleson**, *septembre 2025*  
**F. van Doorn**, **C. Thiele** *et al.*
- (Une brique fondamentale du) **dernier théorème de Fermat**, *en cours*  
**K. Buzzard** *et al.*
- Le théorème des nombres premiers, © **Gauss**, *septembre 2025*
- ... et plein d'autres.

Ce document est disponible sous licence **CC-BY**.